

SONLU ELEMANLAR TEKNİĞİYLE ELDE EDİLEN AKILLI KİRİŞ MODELİNİN HASSASİYETİNİN İYİLEŞTİRİLMESİ

Tarkan Çalışkan¹
tarkan@ae.metu.edu.tr

Volkan Nalbantoğlu²
vnalbant@mgeo.aselsan.com

Demet Ülker¹
dulker@ae.metu.edu.tr

Yavuz Yaman¹
yyaman@ae.metu.edu.tr

Eswar Prasad³
eprasad@sensortech.ca

1. Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümü, ODTÜ, 06531, Ankara
2. Mühendislik Direktörlüğü, SGSTM, ASELSAN A.Ş., Akyurt, 06011, Ankara
3. Sensor Technology Limited, P. O. Box 97 Steward Road, Collingwood, Ontario, Canada L9Y3Z4

ÖZET

Bu çalışmada akıllı yapılarla aktif titreşim kontrolü için uygun bir yaklaşım olan sonlu elemanlar yöntemi sunulmuştur. Akıllı kiriş olarak modellenen yapı, bir ucu tutturulmuş öteki ucu serbest alüminyum kirişten ve bunun her iki yüzeyine simetrik olarak yapıştırılan piezoelektrik yamalardan oluşturulmuştur. Çalışmada, ANSYS®(v.5.6) programı kullanılarak akıllı yapıların sonlu elemanlar modelinin elde edilmesi ve bu modelin deneysel verilerin kullanılması ile iyileştirilmesi açıklanmıştır.

ABSTRACT

This work presents a finite element based modelling technique suitable for the active vibration control of smart structures. A smart beam consists of an aluminum beam modelled in cantilevered configuration with surface bonded piezoelectric actuators. By using ANSYS®(v.5.6) software, the study first gives the finite element modelling of the smart beam. Then by using experimental data, explains the method of the tuning the system model of the smart beam.

I. GİRİŞ

Piezoelektrik malzemelerdeki son gelişmeler birçok araştırmacıyı akıllı yapılar uygulamaları üzerinde çalışmaya yönlendirmektedir. Akıllı yapılar dışarıdan uygulanan bir tahriği algılayabilen ve buna aktif denetim mekanizmaları yardımıyla müdahale edebilen yapılar olarak tanımlanmaktadır. Bu yapılar, pasif yapı yüzeyine yaygın olarak yapıştırılan ya da içine gömülen birçok aktif parça ve işlemci ağlarından oluşmaktadır. Bu yapılarda, algılayıcı ve uyarıcılar yapının aktif parçalarını oluşturmaktadırlar.

Piezoelektrik elemanlar voltaj uygulandığında boyutlarının değişmesiyle yapıştırıldıkları yapıda zorlama oluşturmaktadırlar (direkt piezoelektrik etki).

Bu tip elemanlar, uzama uygulandığında da gerilim üretmektedirler (ters piezoelektrik etki). Piezoelektrik dönüştürücülerin akıllı teknolojiler alanındaki en etkin kullanımı, bu dönüştürücülerin yapının alt ve üst yüzeyine aynı noktada yerleşik olarak uygulanmasıdır. Piezoelektrik malzemelerin gerek yapıların şekillerinin değiştirilmesinde, gerekse titreşim düzeylerinin sönümlenmesindeki etkinliğini gösteren çeşitli çalışmalar bulunmaktadır [1,2]. Sonlu elemanlar tekniğinin akıllı kirişlerin modellenmesindeki uygulaması kaynak [3] te gösterilmiştir. Çalışmada akıllı kiriş olarak modellenen yapı ANSYS®(v.5.6) yazılımı kullanılarak modellenmiş ve akıllı kirişin durum zaman gösterimi belirlenmiştir. Bu çalışmada elde edilen akıllı kiriş modelinin, H_∞ denetçisi tasarımında kullanılması ve denetçinin akıllı kirişin ilk iki frekansındaki yapısal titreşimlerinden dolayı oluşan enerjinin sönümlenmesindeki etkinliği daha önce gösterilmiştir [4].

Bu çalışmada, akıllı yapıların aktif titreşim kontrolünde kullanılacak modelinin sonlu elemanlar tekniğiyle modellenmesi ve deneysel verilerin yardımıyla elde edilen modelin hassasiyetinin iyileştirilmesi gösterilmektedir.

II. TEORİK MODELLEME

Aktif/pasif entegre yapılarda karşılaşılan termal-yapısal-elektriksel etkileşim problemlerinin analizinde ANSYS®(v.5.6) sonlu elemanlar yazılım paketinin etkinliği kaynak [2,3] de gösterilmiştir. Bu yazılım, akıllı kirişlerdeki sönümü modal analize dahil edip sönümlü frekansları ve bu frekanslardaki biçim şekillerini bulamasa da, sönümsüz frekansları ve biçim şekillerini belirleyebilmektedir. Bunlara ek olarak yazılım, yapının uzaysal gösterimini belirleyen kütle matrisi, direnç matrisi, piezoelektrik uyarımdan ötürü yapıda oluşan piezoelektrik uyarım

kuvvetlerin belirlenmesinde de etkin olarak kullanılabilir.

III. AKILLI KİRİŞİN SONLU ELEMANLAR TEKNİĞİYLE MODELLENMESİ

Çalışmanın bu bölümünde akıllı kirişin sonlu elemanlar modeli oluşturulmuştur.

Teorik modelleme ve hesaplamalarda ANSYS® (v.5.6) sonlu elemanlar paketi kullanılmıştır. Üç boyutlu termal-yapısal-elektriksel etkileşim analizi esnasında piezoelektrik malzeme modellenmesinde kullanılabilen tek eleman SOLID5 adı verilen prizmatik elemandır. Bu eleman tipi her düğüm noktasında üç adet yerdeğiştirme hareket serbestliğine sahiptir. Bu eleman tipi ile uyumlu olduğu belirlenen isotropik yapısal eleman tipi ise yine bir prizmatik eleman olan SOLID45'tir. Modelleme esnasında piezoelektrik yamaların yapıya sıkıca yapıştırıldığı varsayılmıştır. Çalışmada modellenen akıllı kiriş, bir ucu tutturulmuş öteki ucu serbest alüminyum kirişten ve bunun her iki yüzeyine simetrik olarak yapıştırılan 8 yamadan oluşturulmuştur. Akıllı kirişte kullanılan piezoelektrik uyarıcıların yapı üzerindeki etkisi ve uyarıcıların kiriş üzerindeki yerleşiminin etkileri kaynak [3]'te gösterilmiştir.

Bu çalışmada, (507×51×2mm) boyutlarındaki alüminyum kirişin $x=0$ kenarı boyunca tutturulduğu ve (20×25×0.5mm) boyutlarında 8 adet BM500 tipinde piezoelektrik (PZT) yamalardan oluşan uyarıcıların kirişin her iki yüzeyine dörder adet olarak sıkıca yapıştırıldığı varsayılmıştır. Çalışmada kullanılan piezoelektrik uyarıcıların anisotropik material, piezoelektrik ve dielektrik özellikleri [5] te verilmiştir. Çalışmada kullanılan akıllı kirişin sonlu elemanlar modeli Şekil 1'de gösterilmektedir.

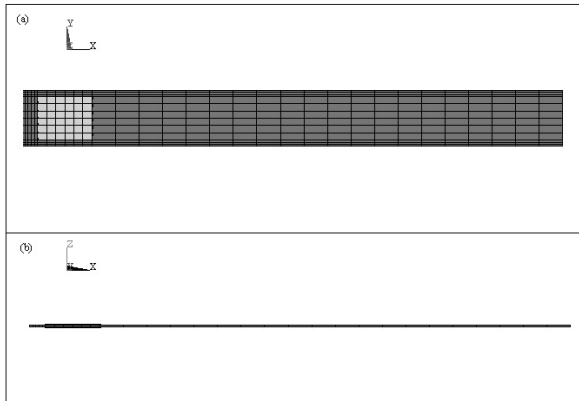


Figure 1.Çalışmada geliştirilen akıllı kirişin sonlu elemanlar modeli

- 1.a. Üstten görünüş
- 1.b.Yandan görünüş

IV. DURUM UZAY GÖSTERİM FORMÜLASYONU

Yapısal analiz tekniklerinde sistem dinamiği, hareket serbestliklerini tanımlayan ikinci dereceden differansiyel denklem setleri ile modellenirken; denetçi tasarımında kullanılan durum uzay gösteriminde (state-space representation), sistemin durumlarını (state) belirleyen birinci dereceden denklem setleri yaygın olarak kullanılmaktadır. Sistem modeli belirlemede nodal (düğüm) veya modal koordinat sistemleri kullanılmaktadır. Nodal koordinat sistemlerinde belirli düğüm noktalarında tanımlanan yerdeğiştirme ve hız koordinatları bu koordinat sistemini oluşturmaktadır. Modal koordinat sistemlerinde ise, sistem yapısal frekanslarındaki yerdeğiştirme ve hız koordinatlarıyla tanımlanmaktadır. Modal koordinatlar içeren modellemelerin deneysel çalışmalar ile olan uyumu literatürde gösterilmiştir [6,7]. Nodal koordinat sistemleri ise sonlu elemanlar modellemesinin etkin olduğu durumlarda yüksek hassasiyette sonuçlar sunabilmektedir [7].

Sistem modelleme tekniklerinin hepsi sadece kontrol sistemlerinin tasarlanmasına yönelindiklerinden, tasarım sadece yapının durum uzay yada buna eşdeğer olan sistemin sıfırlarını (zeros) ve kutuplarını (poles) veren transfer fonksiyonunun belirlenmesini yeterli saymaktadır. Denetçi tasarımında kullanılacak olan model, problemin verilmesine bağlı olarak analitik modelleme teknikleri, sonlu elemanlar metodu veya system tanımlama teknikleri kullanılarak bulunabilmektedir [8,9].

Akıllı kirişlerin aktif titreşim kontrolünde kullanılacak olan sistem modelinin nodal koordinatlar kullanılarak belirlenmesi kaynak [4] te gösterilmiştir.

Ancak, nodal koordinat tabanlı system modelleme tekniğinin yapıdaki sönüm miktarının belirlenmesi aşamasındaki zorluğu bilinmektedir. Bu zorluğun temelinde, modellemede sönümün kütle ve dirençlilik matrisleriyle orantılı olması şartını öngören Rayleigh sönüm modelinin kullanılmasıdır.[6,7]. Bu teknikte α kütle sönüm katsayısını verirken β dirençlilik sönüm katsayısını belirlemektedir [6]. Sönüm modellemesindeki bu zorluk, akıllı kirişin her yapısal titreşim frekansında farklı bir sönüm oranı belirlenmesine imkan sağlayan modal koordinat sistemi tabanlı tekniğin uygulanmasıyla giderilmektedir [6,8]. Bu teknik, deneysel verilerden hesaplanan sönüm koşullarının uyarlanabilmesini kolaylaştırmaktadır. Bu çalışmada, sonlu elemanlar yöntemi ile deneysel verilerin birlikte kullanılabilmesi amacıyla akıllı kirişin sistem modeli modal koordinat sistemi kullanılarak elde edilmiştir. Piezoelektrik zorlama altındaki akıllı kirişlerin hareket denklemi aşağıda verildiği gibidir [4].

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{P\} \quad (1)$$

Bu gösterimde, sonlu elemanlar modelindeki düğüm sayısı n ile seçilecek olan hareket serbestliği sayısı ise m ile simgelendiğinde M, C ve K sırasıyla m ve n sayılarının çarpımı olan r sayısının boyutuyla sınırlandırılmıştır. Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak bulunacak olan r×r boyutlu bu matrisler sırasıyla kütle, sönüm ve direngenlik matrislerini göstermektedir. Ayrıca, {P} birim voltaj-kuvvet transformasyon vektörünü, {q} genelleştirilmiş yerdeğiştirme vektörünü, {ḡ} genelleştirilmiş hız vektörünü ve {q̈} genelleştirilmiş ivme vektörünü tanımlamaktadır.

Denklem (1) de verilen özdeğer probleminin çözümüyle elde edilen özdeğerlerin ve özvektörlerin frekans ilgi aralığında kalanlarının sayısı s ile simgelendiğinde (s≤r) çözüm sadece frekans ilgi aralığında kalan yapısal frekansları kapsayacak şekilde yapılabilmektedir [6-8]. Denklem (1) de gösterilen sistemi oluşturan kütle, sönüm ve direngenlik matrisleri sistemin özvektörlerin oluşturduğu r×s boyutundaki modal matrisin (Ψ) kullanımıyla diagonalize edilebilmektedir [6,7]. Bu matrisin özellikleri denklem (2) de gösterilmektedir.

$$\begin{aligned} \Psi^T M \Psi &= I \\ \Psi^T K \Psi &= \Lambda^2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$D_m = \Psi^T C \Psi = \text{diag}(2\omega_j \zeta_j)$$

$$\Lambda = \text{diag}(\omega_j), \quad (j=1 \dots s)$$

Bu formülasyonda I birim matrisi gösterirken, Λ sistemin özdeğerlerinden oluşan s×s diagonal bir matrisi tanımlamaktadır. Formülasyondaki ζ_j ise yapının j'inci titreşim frekansındaki sönüm oranını vermektedir.

Yeni bir değişken olarak seçilen q_m, q_m = Ψq olacak şekilde tanımlanması ve denklem(1) in Ψ^T ile soldan çarpılması ile denklem (1), denklem (3) formunda yazılabilmektedir.

$$\Psi^T M \Psi \ddot{q}_m + \Psi^T C \Psi \dot{q}_m + \Psi^T K \Psi q_m = \Psi^T P \quad (3)$$

Akıllı kirişin hareket denklemini veren denklem (1) in uygulanması ikinci dereceden differansiyal denklem tanımlamasını gerektirmektedir. Elde edilecek olan denklemin formu, denklem (4) de gösterildiği gibi yerdeğiştirme ve hız vektörlerinin durum değişkeni olarak seçilmesiyle değişmekte ve denklem (1) birinci dereceden, durum uzay formunda simetrik parçalı matris formunda gösterilebilmektedir. Bu durum denklem (5) te gösterilmektedir.

$$x = \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & I \\ \Lambda^2 & -D_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \Psi^T P \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Bu durumda çıktı vektörü,

$$y = C_{oq} \Psi q_m + C_{ov} \Psi \dot{q}_m \quad (6)$$

olarak yazılabilir [7]. Burada C_{oq} ve C_{ov} sırasıyla yerdeğiştirme ve hız çıktı matrislerini vermektedir. Denklem (5,6) nın denklem (7) de genel formülasyonu verilen durum zaman gösterimi ile karşılaştırılması denetici tasarımında kullanılacak formun bulunmasını sağlar.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= [A]x + [B]u \\ y &= [C]x \end{aligned} \quad (7)$$

Bu formülasyonda;

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Lambda^2 & -D_m \end{bmatrix}, \quad B = \begin{Bmatrix} 0 \\ \Psi^T \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$C = \{\Psi q_m \quad \Psi \dot{q}_m\}$$

olarak yazıldığında, uyarıcı sayısı j, algılayıcı sayısı i ve uygulanan sistemin girdisi de u gösterildiğinde denklem (8) de gösterilen modelde A 2s×2s sistem matrisini ve B 2s×j girdi matrislerini vermektedir. Bu formülasyonda u j×1 piezoelektrik uyarıcılara uygulan gerilim değer vektörünü vermektedir. Formülasyonda, C ise i×2s

olarak sistemin çıktı matrisini vermektedir.

Modellemenin son aşamasını transfer fonksiyonunun bulunması oluşturmaktadır. Denklem (7) formundaki bir sistemin transfer fonksiyonu G(s), ilk koşulların sıfır olduğu durumlar için denklem (9) da verilmiştir.

$$G_{ij}(s) = C_{oix2s} (sI - A)^{-1} B_{2sxj} \quad (9)$$

Elde edilen teorik transfer fonksiyonu modelin deneysel verilerle karşılaştırılması aşamasında kullanılmıştır.

V. DENEY DÜZENEGİ

Sonlu elemanlar yöntemi ile modellenen akıllı kiriş modelinin hassasiyetinin iyileştirilmesi için kiriş modeli üretilip açık döngü titreşim testleri yapılmıştır. Bu süreçte, incelenen sistemi oluşturan elemanların üretimi ve testleri Sensor Technology Limited, Kanada'da yapılmıştır. Modelde yapının tutturulmuş kenarına yakın olacak şekilde simetrik olarak her iki yüzeyine yerleştirilmiş 8 adet (20×25×5mm) ebatında BM500 tipinde uyarıcı kullanılırken, titreşim sinyallerinin ölçümünde, yine tutturulmuş kenara yakın olacak şekilde kirişin her iki yüzeyine simetrik olarak yapıştırılan 2 adet OMEGA SG-7/350LY13 tipinde uzama ölçer (strain gage) yarım Wheatstone

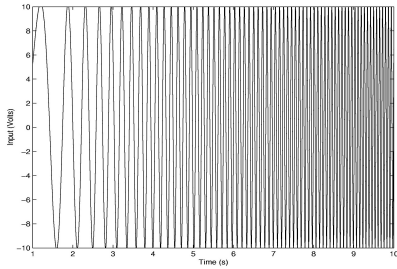
köprüsü konfigürasyonunda bağlanmak suretiyle kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan akıllı kiriş Şekil 2'de gösterilmiştir.



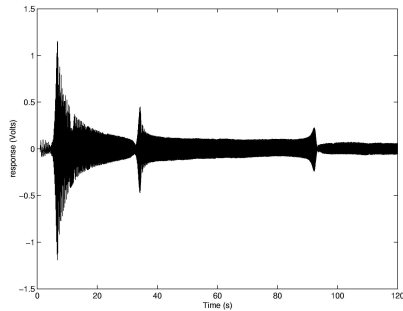
Şekil 2. Çalışmada kullanılan akıllı kiriş

VI. ÖLÇÜLEN TİTREŞİM SİNYALLERİNİN İŞLENMESİ

Akıllı kirişin analizinde kullanılan teorik modelleme tekniğinin etkinliğinin araştırılması ve hassasiyetinin iyileştirilmesi için akıllı kirişin açık döngü testleri yapılmıştır. Bu amaçla, frekans ilgi aralığı olan (0-130Hz) arasında frekansı değişen 10V pp genliğinde (chirp) uyarı sinyali yaratılmış ve bu sinyal uyarıcılara ulaşmadan bir güç amfisi kullanılarak 165V genliğine yükseltilmiştir. Uyarılan akıllı kirişin cevabı 4096 örnek/s örnekleme sıklığında 120s boyunca kayıt edilmiştir. Uyarım sinyalinin 10 saniyelik bölümü ve akıllı kirişin zaman aralığındaki cevabı Şekiller 3-4'te gösterilmiştir .

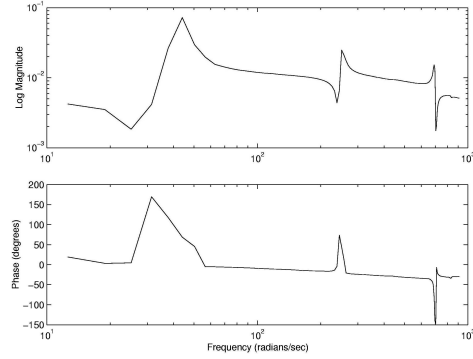


Şekil 3. Çalışmada kullanılan piezoelektrik uyarım sinyali



Şekil 4. Akıllı kirişin uyarıya zaman aralığındaki cevabı

Çalışmada, akıllı kirişin frekans cevabı, piezoelektrik uyarım sinyali ile akıllı kirişin bu sinyale zaman aralığındaki cevabı kullanılarak bulunmuştur. Bu aşamada yazılım programı Matlab®(v.6.1) kullanılmıştır. Akıllı kirişin frekans cevabı Şekil 5'te gösterilmiştir.



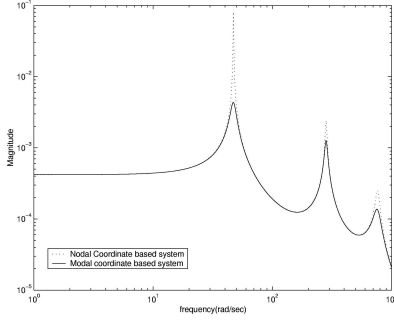
Şekil 5. Akıllı kirişin frekans cevabı

Akıllı kirişin belirlenen deneysel transfer fonksiyonu sonlu elemanlar modelinde kullanılacak olan sönüm oranının bulunmasında kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar öncelikle ANSYS®(v.5.6) programı kullanılarak bulunan sönümsüz frekanslarla karşılaştırılmış ve sonuçlar Tablo1 de gösterilmiştir.

Tablo 1. Akıllı kirişin yapısal frekans değerlerinin karşılaştırılması

Frekans(Hz)	Teorik	Deneysel	Deneysel ζ_r
f_1	7.2798	7.2885	$7.7309e-2$
f_2	43.054	40.065	$1.7784e-2$
f_3	113.62	110.622	$7.0605e-3$

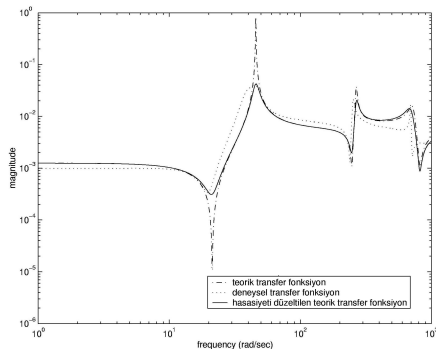
Çalışmada, deneysel olarak belirlenen sönüm oranları kullanılarak sistemin sönüm matrisi belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlar ve kaynak [4]'te gösterilen nodal koordinat tabanlı sistem modelleme tekniği kullanılarak elde edilen modelin uygulanması ile bulunan sonuçların karşılaştırılması yapılarak seçilen sönüm modellerinin etkinliği incelenmiş ve Şekil 6'da gösterilmiştir. Nodal koordinat tabanlı modelleme tekniğinde kullanılan sönüm modelinde, sabit sönüm katsayısı kullanımı sönümün yüksek frekanslarda artmasına yol açarken, modal koordinat tabanlı sistem modelinde her yapısal frekansta tanımlanabilen sönüm oranı akıllı kirişin hassasiyetinin iyileştirilmesinde, deneysel verilerle birlikte kolaylıkla kullanılabilir.



Şekil 6. Nodal ($\beta=1\times 10^{-4}$, $\alpha=0$) ve modal ($\zeta_1=7.7309\times 10^{-2}$, $\zeta_2=1.7784\times 10^{-2}$, $\zeta_3=7.0605\times 10^{-3}$) koordinat tabanlı sistem modellerinin karşılaştırılması, (± 200 piezoelektrik uyarıma girişin uç orta noktasının cevabı)

Akıllı yapıların analizinde kullanılan ANSYS® (v.5.6) yazılımı sadece Rayleigh damping modelinin kullanılmasına olanak tanımaktadır. Ancak bu sınırlama, çalışmada gösterilen modal koordinat sistemi tabanlı sistem modelleme tekniğinin uygulanması ile ortadan kalkmaktadır. Bu durumda yazılım kütle, dirençlik matrislerinin ve yapının girdi ve çıktı vektörlerinin hesaplanmasında kullanılırken, sönüm deneysel verilere uygun olacak şekilde seçilen modal sönüm oranları kullanılarak belirlenmelidir. Çalışmada kullanılan akıllı girişin deneysel frekans cevabı, teorik frekans cevabı (Rayleigh damping model, kütle sönüm katsayısı $\alpha=2\times 10^{-4}$, dirençlik sönüm katsayısı, $\beta=1\times 10^{-4}$) ve çalışmada önerilen yöntem ile hassasiyeti iyileştirilen teorik modelin frekans cevabı Şekil 7’ de sunulmuştur.

Piezoelektrik malzemelerin gerilim uyarımına histerik tipindeki bir lineer olmayan cevap oluşturduğu bilinmektedir [10]. Çalışmada kullanılan BM500 tipindeki uyarıcılar da bu etkiyi göstermektedir. Histerik etki akıllı girişlerin cevabında genliğe bağlı faz kaymalarına yol açmaktadır. Bu etki Şekil 7’de gözlemlenebilmektedir.



Şekil 7. Sonlu elemanlar modelinin hassasiyetinin iyileştirilmesi ($\pm 165V$ piezoelektrik uyarıma giriş üzerindeki uzama ölçerlerin frekans cevabı)

VII. SONUÇLAR

Çalışmada, akıllı girişlerin aktif titreşim kontrolünde kullanılacak olan sistem modelinin belirlenmesinde sonlu elemanlar modelleme tekniğinin etkinliği araştırılmıştır. Bu süreçte nodal ve modal koordinat sistemi tabanlı modelleme teknikleri karşılaştırılmıştır. Deneysel verilerin modal koordinat tabanlı sistem modelleme tekniği ile birlikte kullanımının modelin hassasiyetinin iyileştirilmesi için daha etkin olduğu gösterilmiştir.

VIII. REFERANSLAR

- [1] E. F. Crawley, J. Louis, 'Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures', AIAA Journal, October 1989.
- [2] S. E. Prasad, J.B. Wallace, B. E. Petit, H. Wang C. K. Jen. Kalaycıoğlu, M. Giray 'Development of Composite Structures for Static Shape Control', SPIE, Far East and Pacific Rim Symposium on Smart Materials, Structures and MEMS. (Banglor, India)
- [3] T. Çalışkan, Y. Yaman ve V. Nalbantoğlu 'Akıllı Yapıların Sonlu Elemanlar Tekniği Kullanılarak Modellenmesi' UMTS2001, Selçuk Üniversitesi Konya, bildiri kitabı sayfa 539-548
- [4] Y. Yaman, T. Çalışkan, V. Nalbantoğlu, D. Waechter, E. Prasad, 'Active Vibration Control of a Smart Beam', Canada-US CanSmart Workshop Smart Materials and Structures, Oct. 2002, Montreal Quebec Canada p.137-146
- [5] Sensor Technology Limited Product Data Sheets, Collingwood, Ontario, Canada
- [6] D.J. Ewins, 'Modal Testing: Theory and Practice', John Wiley and Sons inc., 1994
- [7] J. M. M. Silva, M. M. Maia, 'Theoretical and Experimental Modal Analysis', Research Studies Press Ltd., 1998
- [8] J. Dosch, J. Inmann, 'Modeling and Control for Vibration Suppression of a Flexible Active Structure', Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol8, April 1995"
- [9] V. Nalbantoğlu, Ph.D. Thesis, University of Minnesota, 1998, 'Robust Control and System Identification for flexible structures'
- [10] H. Hu R. B. Mrad, 'Preisach Modeling of Hysteresis in a Piezoelectric Actuator, 2nd Canada-US CanSmart Workshop Smart Materials and Structures, Montreal Quebec Canada