

Yanal Bükülgenliğin GÜdümlü Füzeler Üzerindeki Etkileri

Güray PEHLİVANOĞLU
Yapı Mekaniği Birimi
TÜBİTAK-SAGE
gpehli@sage.tubitak.gov.tr

Dr. Mutlu D. CÖMERT
Silah Sistemleri ve Kontrol Tek. Gr.
TÜBİTAK-SAGE
mcomert@sage.tubitak.gov.tr

Prof. Dr. Yavuz YAMAN
Havacılık Mühendisliği Bölümü
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
yyaman@metu.edu.tr

ÖZET

Özellikle büyük narinlik oranına sahip (Boy/Çap>15) ve yapılarının büyük bölümünde hafif alaşım, kompozit gibi malzemelerin kullanıldığı füzelerin, uçuşları sırasında üzerlerine binen yükler altında daha fazla esnedikleri bilinmektedir. Bu çalışmanın esas amacı, bu tip özelliklere sahip güdümlü füzelerin yanal bükülgenliklerinin uçuşlarına olan etkilerinin incelenmesidir. Bu amaca yönelik olarak bükülgen güdümlü bir füzenin türevsel hareket denklemleri türetilerek uygun başlangıç koşulları ve zaman adımları ile sayısal olarak çözülmüştür. Bu şekilde üç boyutlu uçuş benzetimleri gerçekleştirilmiş ve sonuçlar elde edilmiştir. Diğer taraftan çalışma, türevsel hareket denklemlerinden kontrol yüzeyi eğilme terimlerinin çıkarılması ile güdümsüz füzeler için de kullanılabilir hale getirilebilir. Sonuçlar incelendiğinde örnek model olarak seçilen füzenin oldukça rijit olduğu ve uçuş sırasında oluşan bükülgenliğin füzeye hemen hemen hiçbir etkisi olmadığı görülmüştür. Bükülgenlik etkisini daha belirgin olarak inceleyebilmek için aynı füzenin geometrisi korunarak malzemesinin daha elastik bir malzeme ile değiştirildiği farzedilmiştir. Yanal bükülgenliğin, füze malzemesinin elastik modülü 9 kat azaltılmasına rağmen uçuş parametrelerini çok fazla etkilemediği saptanmıştır. Diğer taraftan, füze yakıtının yanmasından dolayı oluşan kütle ve ataletsel özelliklerdeki değişimlerin modellemeye katılmasının uçuş benzetimlerinin sonuçlarını belirgin şekilde etkilediği tespit edilmiştir.

1. GİRİŞ

Bu çalışma kapsamında da ele alınan karadan karaya füzelerin tasarımlarında genel olarak aşağıdaki şartları sağlamaları arzu edilir:

- Daha ağır savaş başlıklarını taşımaları,
- Menzili artırmak için gerekli yakıtın konacağı daha uzun motorlara sahip olmaları,
- Performansı iyileştirmek için alaşım ve kompozit gibi hafif malzemelerden imal edilmeleri,
- Füze aerodinamik tasarımını daha etkin kılmak için büyük narinlik oranlarına (Boy/Çap>15) sahip olmaları.

Fakat bu gereksinimler füze bükülgenliğini artırdığından füze için aeroelastik incelemelerin yapılmasını da zorunlu kılar.

Statik (kararlı hal) ve dinamik aeroelastik kararlılık analizleri füze geliştirme programlarının başlangıç aşamalarında yapılmaktadır. Genel olarak bu tip analizler, doğrusal olmayan aeroelastik hareket denklemlerinin doğrusallaştırılarak özdeğer probleminin oluşturulması şeklinde ve frekans kümesinde yapılmaktadır. Analizlerde genellikle aşağıdaki varsayımlar geçerlidir, [1]:

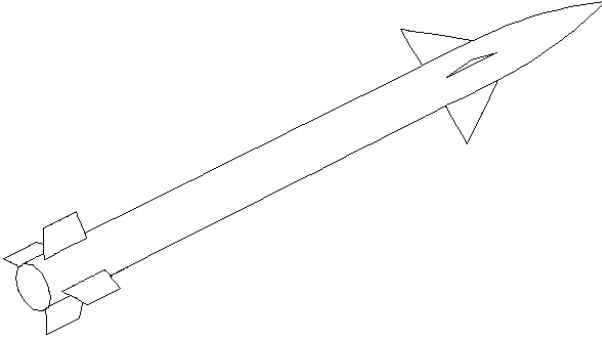
- Füze döngü oranı ve hızı sabittir,
- İtki ve yerçekimi gibi dış kuvvetler ihmal edilebilir,
- Sadece füzenin yakıtı bittikten sonraki serbest uçuş bölgesi incelenebilir.

Frekans düzleminde aeroelastik kararlılık analizleri güdümsüz füzelere kolaylıkla uygulanabilir. Güdümlü füzelerde ise güdümlü kontrol sistemi ile füze dinamiğinin etkileşimlerini anlamak için zaman kümesinde uçuş benzetimlerinin yapılması gerekmektedir.

Bu çalışmanın amacı, yanal bükülgenliğin güdümlü füzelerin uçuşları üzerindeki etkilerinin 8 serbestlik dereceli uçuş benzetimleri aracılığıyla incelenmesidir. Benzetimlerde, füzenin katı cisim hareketini tanımlayan üç eksenel ve üç dönel serbestlik derecesine ilave olarak, füzenin yanal yönlerindeki elastik yerdeğişmelerinden kaynaklanan iki serbestlik derecesi daha bulunmaktadır. Benzetimler aeroelastik kararlılık analizlerinden farklı olarak,

- Zaman kümesinde yapılmaktadır,
- Hem yakıtın yandığı bölgeyi hem de serbest uçuş bölgesini kapsamaktadır,
- Aerodinamik, itki ve yerçekimi kuvvetlerini kapsamaktadır.

Çalışma kapsamında seçilen füze kanat kontrollü, ataletsel güdümlü ve karadan karaya bir füze olup önde dört kontrol yüzeyine, arkada da dört kuyruk kanatçığına sahiptir. Füze Şekil 1'de gösterilmektedir.



Şekil 1. Ele alınan füzenin genel görüntüsü

Bu çalışmanın ikinci bölümünde bükülgen bir füze için hareket denklemlerinin nasıl elde edildiği kısaca açıklanmakta ve sonuçlar verilmektedir. Üçüncü bölümde ise farklı füze konfigürasyonları için yapılan uçuş benzetimlerinin sonuçları sunulmaktadır. Sonuç bölümünde de elde edilen sonuçlar yorumlanmaktadır.

2. BÜKÜLGEN FÜZE HAREKET DENKLEMLERİ

Bu bölümde bükülgen bir füze için hareket denklemlerinin türetilmesi kısaca açıklanmakta ve sonuçlar verilmektedir.

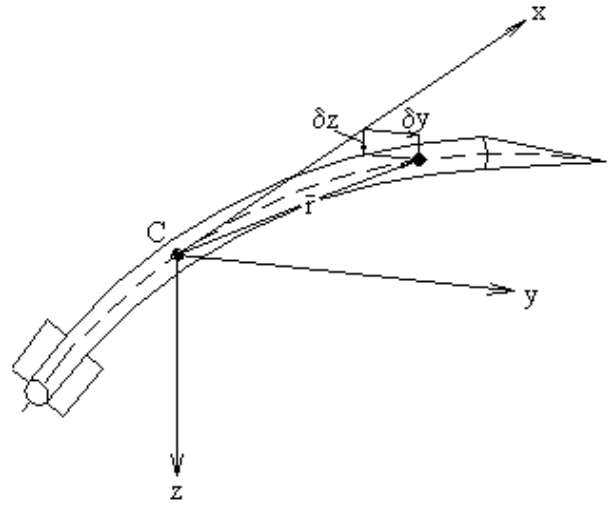
2.1. Eğilme Denklemleri

Rijit bir füzeden farklı olarak, bükülgen bir füze için eğilme denklemlerinin de türetilmesi gerekmektedir. Bu türetim, füzenin kinetik enerji, potansiyel enerji ve sönüm enerjisi ifadelerinin yanal elastik yerdeğiştirmeler cinsinden yazılmasını takiben, aşağıda verilen Lagrange denklemi kullanılarak yapılmaktadır.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (1)$$

burada T, U, D, t, q_i ve Q_i sırasıyla kinetik enerji, potansiyel enerji, sönüm enerjisi, zaman, genelleştirilmiş koordinatlar ve genelleştirilmiş kuvvetler olup, i=1,2,... şeklindedir.

Füze gövdesine bağlı (füzeyle birlikte hareket eden) eksen takımına sahip bükülgen bir füze Şekil 2'de gösterilmektedir. Burada füzenin x yönünde uzayamayacağı varsayılmakta ve sadece yanal y ve z yönlerindeki elastik yerdeğiştirmeler δy ve δz göz önüne alınmaktadır. Dolayısıyla füze üzerindeki bir noktanın bükülmeden önceki ve sonraki koordinatları sırasıyla (x,y,z) ve (x,y+δy,z+δz) olmaktadır. Sonuç olarak, ele alınan noktanın bükülmüş füze üzerindeki pozisyon vektörü, \vec{r} , (x,y+δy,z+δz) bileşenlerine sahip olacaktır.



Şekil 2. Bükülgen füze

Ele alınan noktanın hız vektörü aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$\vec{v}_t = \vec{V} + \vec{\omega} \times \vec{r} + \dot{\vec{r}}_{rel} \quad (2)$$

bu ifadedeki ilk terim füze ağırlık merkezinin hızı olup, x, y ve z yönlerinde sırasıyla u, v ve w bileşenlerine sahiptir. İkinci terim eksen takımının dönmesinden kaynaklanan hız olup, açısal hız vektörü ($\vec{\omega}$) x, y ve z eksenleri etrafında sırasıyla p, q ve r bileşenlerine sahiptir. Noktanın füze gövdesine bağlı eksen takımına göre bağlı hızı ise üçüncü terim ile tanımlanmakta olup, bunun bileşenleri de (0, δ \dot{y} , δ \dot{z}) olmaktadır.

Kinetik enerji ifadesi en genel şekilde,

$$T = \frac{1}{2} \int_L |\vec{v}_t|^2 m(x) dx \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. Burada L füze uzunluğunu, m(x) ise füzenin değişken olan kütle dağılımını göstermektedir.

Potansiyel enerji de aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$U = \frac{1}{2} \int_L EI \left[\left(\frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \delta z}{\partial x^2} \right)^2 \right] dx \quad (4)$$

burada EI füzenin eğilme rijitliğidir.

Sönüm enerjisi ise

$$D = \frac{1}{2} \int_L c (\dot{\delta y}^2 + \dot{\delta z}^2) m(x) dx \quad (5)$$

şeklinde gösterilebilir. Burada c viskoz sönüm katsayısıdır.

Şimdi yanal yerdeğiştirmeler δy ve δz'nin aşağıdaki şekilde ifade edilebileceği kabul edilsin:

$$\delta y(x, t) = \sum_i \phi_i(x) \eta_i(t) \quad (6)$$

$$\delta z(x, t) = \sum_i \phi_i(x) \zeta_i(t) \quad (7)$$

burada $\eta_i(t)$ ve $\zeta_i(t)$ modal yerdeğiştirmelerin genliğini veren zamana bağlı genelleştirilmiş koordinatlardır. ϕ_i 'ler ise Euler-Bernoulli kirişi türevsel denklemi ile tanımlanan özdeğer probleminin çözümlerinden elde edilen özfonksiyonlardır.

δy ve δz Euler-Bernoulli kiriş teorisi de göz önüne alınarak yukarıda tanımlanan kinetik enerji, potansiyel enerji ve sönüm enerjisi ifadelerinde yerlerine koyulur ve gerekli düzenlemeler yapılırsa aşağıdaki eğilme denklemleri elde edilir:

$$\ddot{\eta}_i + 2\mu_i \omega_i \dot{\eta}_i - 2p\dot{\zeta}_i + (\omega_i^2 - p^2 - r^2)\eta_i + qr\zeta_i = \frac{1}{M_i} Q_i^y \quad (8)$$

$$\ddot{\zeta}_i + 2\mu_i \omega_i \dot{\zeta}_i + 2p\dot{\eta}_i + (\omega_i^2 - p^2 - q^2)\zeta_i + qr\eta_i = \frac{1}{M_i} Q_i^z \quad (9)$$

İfade türetilirken viskoz sönüm katsayısı (c) $2\mu_i \omega_i$ ile değiştirilmiş olup, μ_i ve ω_i sırasıyla i 'nci modun sönüm oranı ve doğal frekansdır. M_i ise i 'nci modun genelleştirilmiş kütesidir. Q_i^y ve Q_i^z sırasıyla y ve z eksenleri yönlerindeki genelleştirilmiş kuvvetlerdir.

2.2. Dönel Hareket Denklemleri

Füze kütle merkezine göre füzenin toplam açısıl momentumu řu şekilde gösterilebilir:

$$\vec{H}_c = \int_L \left[\vec{r} \times \left[(\vec{\omega} \times \vec{r}) + \dot{\vec{r}}_{rel} \right] \right] m(x) dx \quad (10)$$

Füzenin açısıl hareketini veren denklemler ise aşağıdaki ifade kullanılarak türetilir:

$$\frac{\delta \vec{H}_c}{\delta t} + \vec{\omega} \times \vec{H}_c = \vec{M}_c \quad (11)$$

burada \vec{M}_c füze kütle merkezindeki moment vektörüdür.

Eğer denklem (10) kullanılarak \vec{H}_c 'nin bileşenleri elde edilir ve bunlar denklem (11) ağılarak oluşturulan denklemde yerlerine koyulursa aşağıdaki dönel hareket denklemleri elde edilir:

$$\begin{aligned} & \dot{p} \left[I_x + \sum_i M_i (\eta_i^2 + \zeta_i^2) \right] + 2p \sum_i M_i (\eta_i \dot{\eta}_i + \zeta_i \dot{\zeta}_i) \\ & + \sum_i M_i (\eta_i \dot{\zeta}_i - \zeta_i \dot{\eta}_i) + qr \sum_i M_i (\eta_i^2 - \zeta_i^2) \\ & + (r^2 - q^2) \sum_i M_i \eta_i \zeta_i = M_x \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \dot{q} \left[I + \sum_i M_i \zeta_i^2 \right] + pr \left[-I + I_x + \sum_i M_i \zeta_i^2 \right] \\ & + (pq - \dot{r}) \sum_i M_i \eta_i \zeta_i + 2q \sum_i M_i \zeta_i \dot{\zeta}_i \\ & - 2r \sum_i M_i \zeta_i \dot{\eta}_i = M_y \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \dot{r} \left[I + \sum_i M_i \eta_i^2 \right] + pq \left[I - I_x - \sum_i M_i \eta_i^2 \right] \\ & - (pr + \dot{q}) \sum_i M_i \eta_i \zeta_i + 2r \sum_i M_i \eta_i \dot{\eta}_i \\ & - 2q \sum_i M_i \eta_i \dot{\zeta}_i = M_z \end{aligned} \quad (14)$$

burada M_x , M_y ve M_z , \vec{M}_c momentinin sırasıyla x , y ve z eksenleri etrafındaki bileşenleridir. I_x ve I ise sırasıyla ekstenel ve yanal kütle atalet momentleridir.

Eğer yukarıda elde edilen hareket denklemlerindeki yanal elastik yerdeğiştirme terimlerinin sıfır olduğu düşünülürse ($\eta_i = \zeta_i = 0$), rijit bir füze için olan hareket denklemleri elde edilir.

2.3. Eksenel Hareket Denklemleri

Füze kütle merkezinin doğrusal hareketini tanımlayan denklemler aşağıdaki ifade kullanılarak türetilir:

$$M \left(\frac{\delta \vec{V}}{\delta t} + \vec{\omega} \times \vec{V} \right) = \vec{F}_c \quad (15)$$

burada M ve \vec{F}_c sırasıyla toplam füze kütle ve füze kütle merkezindeki kuvvet vektörüdür. Denklem (15) ağılarak gerekli düzenlemeler yapılırsa aşağıdaki ekstenel hareket denklemleri elde edilir:

$$M(\ddot{u} + qw - rv) = F_x \quad (16)$$

$$M(\ddot{v} + ru - pw) = F_y \quad (17)$$

$$M(\ddot{w} + pv - qu) = F_z \quad (18)$$

burada F_x , F_y ve F_z , \vec{F}_c kuvvetinin sırasıyla x , y ve z eksenleri doğrultusundaki bileşenleridir.

2.4. Dönel ve Eksenel Kinematik Denklemler

Füze hareketinin tam olarak tanımlanabilmesi için benzetimlerde aşağıdaki denklemlerin de kullanılması gerekmektedir:

$$\dot{\psi} = \frac{q \sin \phi + r \cos \phi}{\cos \theta} \quad (19)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (20)$$

$$\dot{\phi} = p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \tan \theta \quad (21)$$

$$\dot{x}_e = V \cos \gamma \cos \chi \quad (22)$$

$$\dot{y}_e = V \cos \gamma \sin \chi \quad (23)$$

$$\dot{z}_e = -V \sin \gamma \quad (24)$$

burada ϕ , θ ve ψ gövdeye bağlı eksen takımının açılal konumunun belirlenmesinde kullanılır ve sırasıyla dönme, yunuslama ve yana sapma açıları olarak isimlendirilir. $x_e y_e z_e$ ise merkezi füzenin fırlatıldığı nokta olan yere bağlı eksen takımındır. γ ve χ açıları ise α ve β sırasıyla hücum ve yana kayma açıları olmak üzere aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\gamma = \theta - \alpha \quad (25)$$

$$\chi = \frac{\beta}{\cos \theta} + \psi \quad (26)$$

3. UÇUŞ BENZETİMLERİ

Bu bölümde ilk olarak uçuş benzetimlerinde kullanılan değişken değerleri tanımlanmakta ve yakıtın yanmasının değişkenlere olan etkisinin ne şekilde modellendiği açıklanmaktadır. Daha sonra benzetimi yapılan durumlar hakkında bilgi verilmektedir. Son olarak yapılan benzetimlerin sonuçları karşılaştırmalı olarak sunulmaktadır.

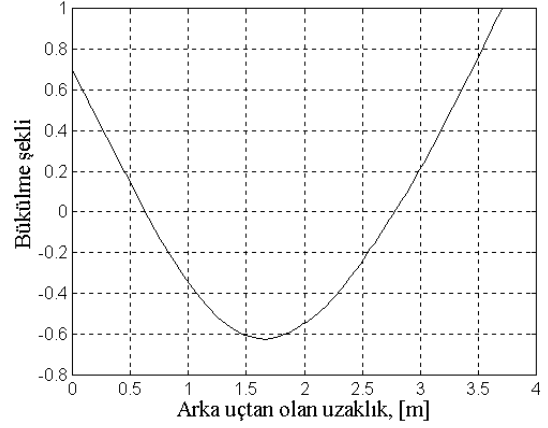
3.1. Benzetim Değişkenleri

Benzetimlerde kullanılan füzenin ataletsel, itki ve geometrik özellikleri Tablo 1'de verilmektedir. Tablodaki ilk değer ve son değer sırasıyla yakıtlı ve yakıtsız özellikleri göstermektedir.

Tablo1. Füze ataletsel, itki ve geometrik özellikleri

Ataletsel Özellikler		
	İlk Değer	Son Değer
Kütle, [kg]	257.7	170.2
Eksenel kütle atalet momenti, [kg.m ²]	2.03	1.49
Yanal kütle atalet momenti, [kg.m ²]	237.5	178.3
Burundan olan ağırlık merkezi pozisyonu, [m]	1.935	1.66
İtki Özellikleri		
Toplam itme, [kg.m/s]	179438	
Geometrik Özellikler		
Füze çapı, [m]	0.227	
Füze uzunluğu, [m]	3.7	

Benzetimlerde füzenin sadece ilk eğilme moduna ait veriler kullanılmıştır. Füzenin ilk doğal frekansı (ω_1) 533.2 rad/s, ilk modal kütlesi (M_1) 22.81 kg ve ilk kritik sönüm oranı (μ_1) 0 olarak alınmıştır. Füzenin ilk bükülme şekli ise Şekil 3'te verilmektedir.



Şekil 3. Füze bükülme şekli

Ayrıca yakıtın yanmasının kütle, kütle atalet momenti ve ağırlık merkezine olan etkisi aşağıdaki şekilde modellenmektedir:

$$M(t) = M_{in} - \frac{M_{in} - M_{fn}}{Imp_{total}} Imp(t) \quad (27)$$

$$I_x(t) = I_{xin} - \frac{I_{xin} - I_{xfn}}{Imp_{total}} Imp(t) \quad (28)$$

$$I(t) = I_{in} - \frac{I_{in} - I_{fn}}{Imp_{total}} Imp(t) \quad (29)$$

$$x_{cg}(t) = x_{cgin} - \frac{x_{cgin} - x_{cgfn}}{Imp_{total}} Imp(t) \quad (30)$$

burada 'in' ve 'fn' indisleri sırasıyla ilk ve son değerleri göstermektedir. Imp_{total} roket motoru tarafından sağlanan toplam itme olup, itki-zaman grafiğinin altında kalan toplam alandır. $Imp(t)$ ise t anındaki itme olup, aşağıdaki şekilde tanımlıdır:

$$Imp(t) = \int_0^t T_m(\tau) d\tau \quad (31)$$

Burada T_m itki kuvvetidir.

3.2. Benzetim Durumları

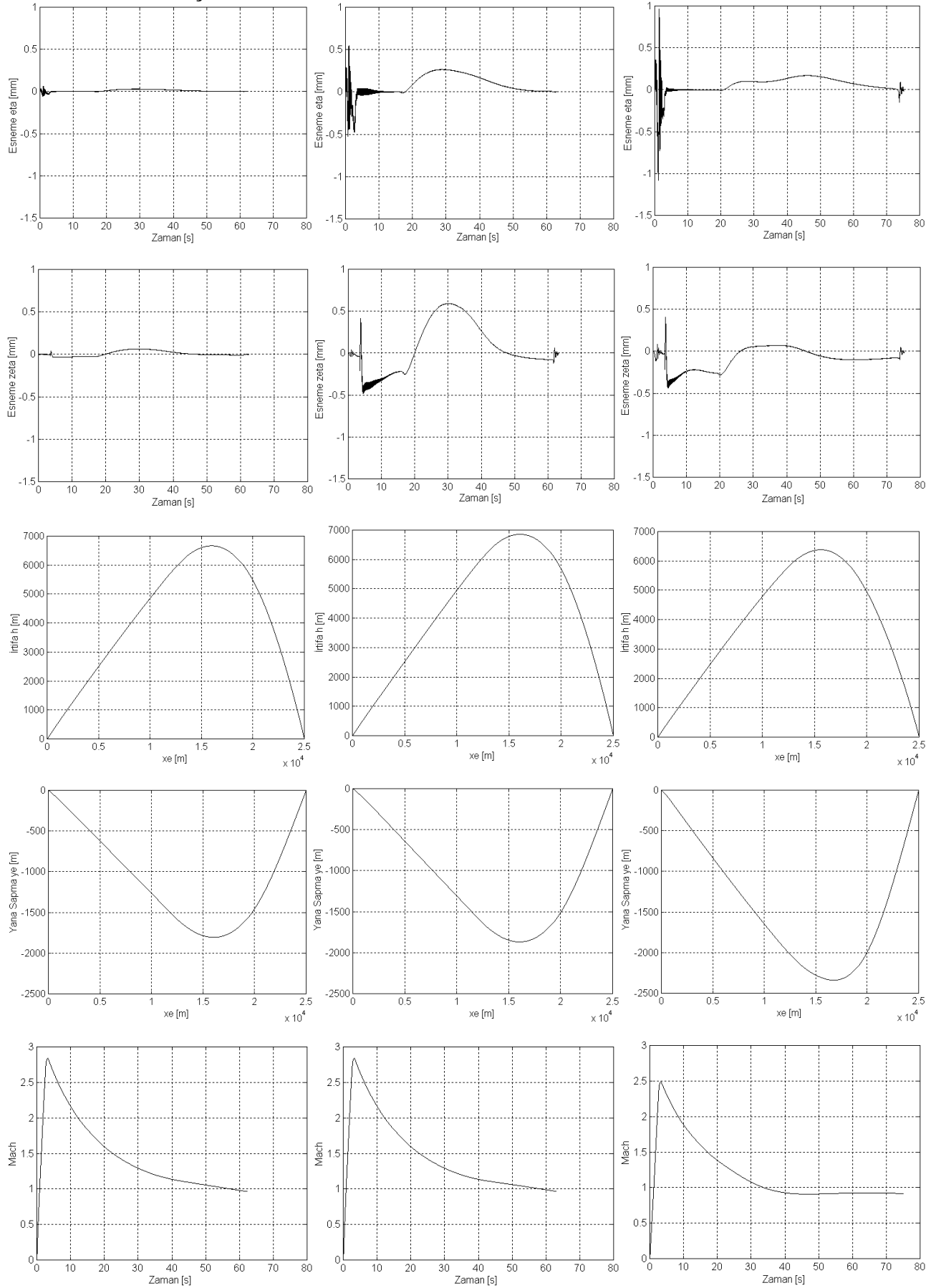
Yapılan uçuş benzetimleri sonucunda aşağıdaki parametrelerin zamana göre değişimleri elde edilmiştir:

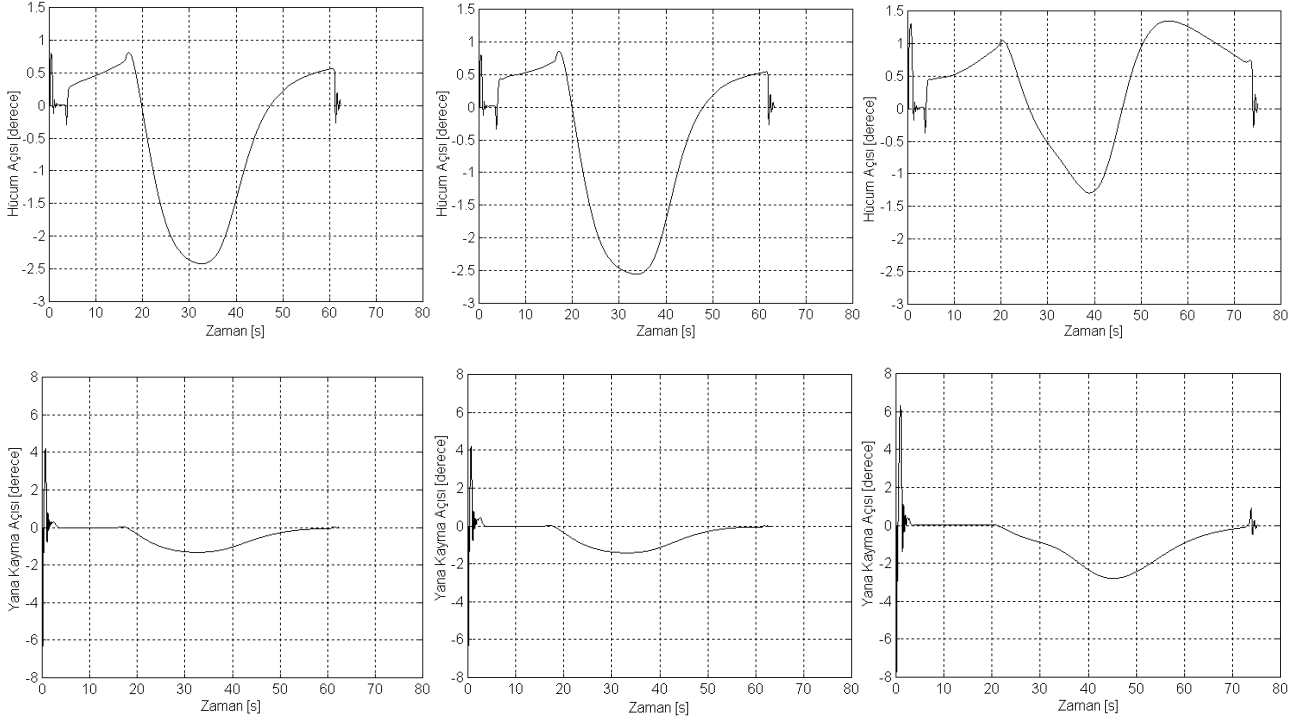
- Yanal elastik yerdeğişirmeler η ve ζ ,
- Füzenin atıldığı noktaya göre konumu y_e ve h ($-z_e$),
- Mach sayısı M ,
- Hücum ve yana kayma açıları α ve β .

Benzetimler aşağıdaki durumlar için gerçekleştirilmiştir:

- Durum 1: Yakıtın yanmasının etkileri modellenmemiş bükülgen güdümlü füze,
- Durum 2: Yakıtın yanmasının etkileri modellenmemiş ve elastik modülü 9 kat azaltılarak bükülgenliği artırılmış güdümlü füze,
- Durum 3: Yakıtın yanmasının etkileri modellenmiş ve bükülgenliği artırılmış güdümlü füze.

3.3. Benzetim Sonuçları





Şekil 4. Durum 1 (sol sütun), durum 2 (orta sütun) ve durum 3 (sağ sütun) için benzetim sonuçları

4. SONUÇLARIN YORUMLANMASI

Yanal elastik yerdeğiştirmeler (η ve ζ) ile hücum açısı (α) ve yana kayma açısı (β) grafiklerinin hemen başındaki ani değişimler 0 ila 3.5 saniye zaman aralığında roket motorunun çalışmasından kaynaklanmaktadır. Ayrıca yana kayma düzleminde 0.1° lik bir itki kaçıklığının bulunması, bu düzlemdaki değişkenlerin (η ve β) uçuş başındaki ani değişimlerinin diğer düzlemdaki değişkenlerinkine (ζ ve α) göre daha büyük olmasına neden olmaktadır. Yakıtın bitmesini takiben çalışmaya başlayan otopilotlar uçuşun hemen sonunda kapatıldıklarından bu bölgede de ani bir değişim söz konusudur.

Grafikler incelendiğinde füze malzemesinin elastik modülünün 9 kat azaltılmasının yan al titreşimleri belirgin şekilde artırdığı görülmektedir. Ayrıca hücum ve yana kayma açılarında da küçük değişiklikler olmaktadır. Diğer taraftan füzenin hedefe ulaşmasında herhangi bir sorun yaşanmamaktadır.

Yakıtın yanması modellendiği durumda ise tüm uçuş parametrelerinde ciddi değişiklikler görülmektedir. Bununla birlikte füze yine hedefine ulaşmaktadır.

Elde edilen sonuçlardan da anlaşılacağı gibi ele alınan füze yeterince rijit olduğundan bükülgenlik etkileri füze uçuşunu çok fazla etkilememektedir. Yapay olarak füze elastik modülü 9 kat azaltılmasına rağmen sonuçlar çok fazla değişmemektedir. Diğer taraftan yakıtın yanma modelinin kurulması sonuçları belirgin şekilde değiştirdiğinden daha gerçekçi bir uçuş benzetimi için bu modelin oluşturulmasının zorunlu olduğu anlaşılmaktadır.

Sonuç olarak, açıklanan matematiksel model ve buna bağlı olarak geliştirilen yazılım kullanılarak füzelerin tasarlanması ve geliştirilmesinde ihtiyaç duyulan esnek füze üç boyutlu uçuş benzetimleri yapılabilmektedir.

5. KAYNAKLAR

- [1] Kuran, B., Static and Dynamic Stability of Flexible Unguided Missiles with Wrap Around Fins, TÜBİTAK-SAGE Publication, No. 23172, October 1995.
- [2] Pehlivanoglu, A.G., Effects of Transverse Flexibility on Unguided and Guided Missiles, ODTÜ Havacılık Mühendisliği Bölümü Yüksek Lisans Tezi, Eylül 1999.